E. Fabri *maggio 2017*

Sincronizziamo gli orologi [*]

Abstract

Synchronizing distant clocks at rest in the same reference frame is far from a trivial issue. A review is presented of the several problems involved and of the practical approaches adopted in the course of time. The conventionalist view is discussed, and an argument is given in favour of the standard (a.k.a. Einstein's) synchronization being not merely conventional, but grounded on experimental facts. A result not so obvious as sometimes assumed.

The Sagnac effect is examined, as a counterexample to the conventionality of Einstein's synchronization: in a rotating frame it is impossible to accomplish it in a consistent, i.e. fully transitive way.

A case is made for spending some more time than usual in secondary school about these issues: what do we mean when we say that a clock is better than another? how can we synchronize distant clocks? This should happen before relativity enters the stage; rather as a general — and ancient — problem of physics.

Premessa

Il problema generale di cui tratteremo è il tempo. La mia impressione è che si tratti di un argomento parecchio negletto nell'insegnamento secondario, quasi che fosse ovvio e scontato... Ma in questo articolo voglio concentrarmi su un punto specifico, che non può essere trascurato quando si tratta di relatività.

La questione è: come si sincronizzano orologi distanti, fermi in uno stesso riferimento? Nella fisica newtoniana il problema non si pone, in quanto è dato come dogma (più che come assioma) che esista il *tempo assoluto.* (1) Quindi resta solo da costruire strumenti (orologi) che lo riproducano con la migliore approssimazione possibile. Naturalmente la necessità di mettere d'accordo orologi distanti esiste comunque; si consideri per es. che senza orologi ben sincronizzati è impossibile confrontare le longitudini di luoghi diversi. Questo comporta un

[*] *La Fisica nella Scuola* **50** (2017), 53.

(1) I. *Tempus absolutum, verum, & mathematicum, in se & natura sua sine relatione ad externum quodvis, æquabiliter fluit, alioque nomine dicitur duratio*: [...] [1].

Ricordo la dura critica di Mach [2], che forse da un punto di vista più moderno andrebbe attenuata. Ma di questa come di molte altre cose qui non possiamo occuparci.

serio problema per la navigazione: se non si conosce la longitudine non si sa dove ci si trova...

Ma anche l'astronomia più pura aveva il problema: ricordo una cosa che lessi anni fa, non so più dove. Si raccontava di un viaggio in carrozza per trasportare un orologio da un osservatorio astronomico a un altro (uno dei due credo fosse Potsdam, l'epoca poteva essere tardo '700 o primo '800).

È una curiosa coincidenza (o non lo è?) che la nascita della relatività sia pressoché simultanea allo sviluppo delle comunicazioni tramite onde e.m. È ovvio che disporre di comunicazioni radio affidabili risolve il problema della sincronizzazione, a patto di ... e qui cominciano i problemi.

– A patto di conoscere la velocità di propagazione delle onde e.m. – dirà un lettore assai ingenuo (inesistente: è solo una finzione letteraria ...).

– Bene, misuriamola. Facile, no? velocità = spazio diviso tempo...

– Altolà! Tempo? Quale tempo? Misurato come?

– Ma dài, prendi due orologi, li metti agli estremi di una base di lunghezza nota...

– *Due* orologi? Sincronizzati?

– Ehm...

A parte gli scherzi, la domanda è: nei libri di testo ci sono tracce di questa problematica? [(2)]

Introduzione

Ho già detto che il nostro tema è la sincronizzazione tra orologi distanti. Più esattamente, se questa sincronizzazione possa essere fatta in modo fisicamente significativo, o se invece sia puramente convenzionale. A quanto pare tra i fisici esiste una netta separazione: un gruppo largamente maggioritario ritiene il problema inesistente o comunque facilmente risolubile; un altro — assai minoritario ma persistente nel tempo — lo considera invece un problema serio e non sufficientemente chiarito. Indicherò questo secondo gruppo col nome di "convenzionalisti."

Come si vedrà, lo scrivente non si considera appartenente a nessuno dei due gruppi: riconosce l'esistenza del problema, ma ritiene che esso abbia una soluzione chiara *su base sperimentale*. Da un certo punto di vista il problema della sincronizzazione a distanza non è che un caso particolare della scelta di un sistema di coordinate (SC) in ogni rif. inerziale; particolare perché qui l'unica coordinata che viene messa in discussione e ritenuta alterabile è quella temporale.

[(2)] Si vede spesso questa parola usata come sinonimo di "problema," da parte di chi forse la sente come più "colta." Qui però va intesa come dovrebbe, ossia come "complesso di problemi."

Se il problema della sincronizzazione ammette una soluzione chiara, perché dedicarci un articolo? La motivazione didattica che vedo è che si tratta comunque di un problema non banale, che riguarda *tutta* la fisica (non la sola relatività) e che andrebbe quindi considerato in qualche punto di un qualsiasi curricolo secondario che voglia avere una minima ampiezza e profondità. Infatti non esiste quasi capitolo della fisica dove non ci sia bisogno di studiare fenomeni che si sviluppano nel tempo e che coinvolgono distinti punti dello spazio: questo è vero fino dalla cinematica più elementare.

Non sto dicendo che la discussione sulla simultaneità debba essere premessa perfino alla cinematica. È un mio principio didattico generale che su molte questioni sia necessario tornare a vari livelli di approfondimento; che la successione tradizionale, che ripete più o meno la sequenza storica dei capitoli della fisica, non sia adeguata alla comprensione di numerosi concetti. In base a tale principio anche questa discussione potrà essere inizialmente solo accennata; poi ripresa magari all'ultimo anno. Purtroppo credo che il principio appena enunciato abbia ben pochi seguaci nel mondo reale.

Mi sembra necessario, prima di chiudere l'introduzione, proporre un'avvertenza che direi epistemologica. Ho già delimitato il tema di questo scritto: la sincronizzazione di orologi distanti. In particolare intendo escludere dal mio discorso considerazioni relativistiche. Tuttavia la lettura di ciò che segue mostrerà che in vari punti questo proposito, questa delimitazione, sembrano non rispettati: per scarsa attenzione? No di certo; il fatto è che alcuni argomenti (chiara definizione del tempo; uso di certi postulati; lo stesso ruolo dei postulati — o assiomi — in fisica) sono così profondamente interconnessi che riesce impossibile toccarne uno lasciando del tutto fuori gli altri.

Non ho trovato di meglio che avvisare quando stavo uscendo dal tema ristretto, per poi rinviare ad altre occasioni una discussione più approfondita. L'alternativa sarebbe stata di non scrivere uno o più articoli, con intento principalmente didattico, ma un intero libro di logica e filosofia della fisica...

Esempi

a) *Nella meccanica terrestre*

Se si resta nei limiti di ciò che si può sperimentare stando sulla Terra, e a maggior ragione se si pensa agli strumenti disponibili ai tempi di Newton, ma anche molto dopo, per tutto l'800 e una buona metà del '900, non ci sono ragioni per vedere un problema nella sincronizzazione. Prima della scoperta delle onde e.m. l'unico modo per confrontare orologi era il *trasporto fisico* (magari in carrozza, come ho già accennato). Ma anche dopo, il confronto tra orologi lontani avveniva con un grado di precisione distante da quello dei singoli orologi.

Un uso particolare del trasporto fisico consisté nel montare un buon orologio su una nave, per poter disporre di un tempo affidabile anche a migliaia di km dal porto di partenza. Non è male ricordare qui il famoso premio di 20.000 sterline, messo in palio nel 1714 dal parlamento britannico e mai assegnato per intero. John Harrison ottenne dei compensi parziali per i suoi cronometri da marina: il primo nel 1737, l'ultimo nel 1773, quando aveva 80 anni.

b) *Nella meccanica celeste*

Un errore nel dato temporale di un'osservazione astronomica produce un errore nel suo confronto con la teoria. Grazie all'elevata precisione progressivamente raggiunta nelle osservazioni astronomiche, il confronto fra teoria e misure richiese misure di tempo sempre più precise. Per fare un esempio: dato che la Terra in un secondo percorre circa 30 km sulla sua orbita, la posizione di Giove (che all'opposizione dista poco più di 4 UA e ha una velocità di circa 13 km/s) risulta errata di quasi $0.4''$ per ogni minuto di errore dell'orologio. Per quanto si tratti di un angolo molto piccolo, era già apprezzabile agli inizi dell'800.

Che il problema fosse sentito, lo dimostra il fatto che un a certo punto si decise d'invertire l'approccio stesso alla definizione della scala di tempo: fu quando si convenne che quella scala andasse ricavata dal moto dei pianeti (Tempo delle Effemeridi, 1952).

c) *Il Tempo Atomico Internazionale* (TAI)

Il TAI è la scala di tempo di precisione, operativa dal 1958, cui fanno riferimento tutte le misure di tempo per i più diversi usi, scientifici e applicativi. È ricavata da una rete di oltre 400 orologi atomici (per lo più al cesio) sparsi su tutta la superficie terrestre. (3)

La sincronizzazione tra i diversi orologi avviene per scambio di segnali e.m. Nel caso di orologi lontani il modo più affidabile è di ricorrere a un satellite come intermediario; sebbene l'uso di satelliti geostazionari abbia il vantaggio di permettere un puntamento fisso delle antenne trasmittente e ricevente, vengono usati anche satelliti in orbita più bassa (per es. i satelliti GPS o altri) che trovandosi a distanze minori danno segnali più forti.

Com'è intuibile, la sincronizzazione via satellite pone diversi problemi, che però non possiamo esaminare. Quelli più vicini al nostro tema sono:

– la necessità di conoscere con sufficiente precisione la posizione del satellite
– l'applicazione di varie correzioni, tra le quali quella per l'effetto Sagnac (v. appresso).

In ogni caso la sincronizzazione si basa sull'assunzione che i segnali e.m. si propaghino nel vuoto sempre con la velocità c. Questo non è che il famoso "secondo postulato" della relatività ristretta, che qui non intendo discutere. Se ne riparlerà in un'altra occasione.

---

(3) In realtà la storia delle scale di tempo internazionali e delle relative convenzioni è di gran lunga troppo complicata per poterla anche solo riassumere. Mi sono quindi limitato al minimo essenziale per lo scopo del presente articolo.

d) *Il Global Positioning System*

Il *Global Positioning System* (GPS) e gli altri sistemi analoghi, già in funzione o in corso di realizzazione, sono ormai di uso diffusissimo per le più diverse applicazioni pratiche in cui occorra una rapida localizzazione di un qualsiasi terminale, fisso o mobile. Il terminale deve essere dotato di adatto ricevitore; il sistema è una "costellazione" di satelliti, ciascuno dei quali diffonde periodicamente un messaggio consistente di due parti:

- il tempo al quale è stato inviato il messaggio
- gli elementi orbitali del satellite.

Da questi dati il ricevitore calcola la posizione che il satellite occupava all'istante di emissione. Si noti che gli elementi orbitali debbono essere aggiornati continuamente, perché l'orbita dei satelliti è notevolmente perturbata per varie ragioni; principale lo schiacciamento terrestre, che ne provoca una precessione.

Non è qui il caso di fornire altri dettagli sul funzionamento del sistema, che del resto sono facilmente disponibili in rete. Mi limito a ciò che è attinente al tema di questo articolo, ossia alla sincronizzazione degli orologi montati sui satelliti.

Il ricevitore che deve determinare la propria posizione possiede un orologio, che però non può avere qualità confrontabile con quella degli orologi atomici montati sui satelliti. Esso è usato solo per calcolare le *differenze* dei tempi di transito dei segnali in arrivo dai diversi satelliti visibili in quel momento. Dopo applicate opportune correzioni (per es. per la presenza della ionosfera, che altera la velocità delle onde e.m.) il sistema ricevente è in grado di ricostruire la sua posizione in 3D (longitudine, latitudine, quota) e una correzione all'orologio locale. Per ricavare questi 4 dati occorre ricevere i messaggi da un minimo di 4 satelliti.

Come si vede, gli orologi su tutti i satelliti GPS debbono essere sincronizzati, tra loro e col sistema che dà il TAI (o meglio il TUC [(4)]). È qui che entra in ballo la sincronizzazione a distanza (di precisione), con l'ulteriore complicazione di aver a che fare con orologi in orbita, il che implica non solo di correggere per l'effetto Sagnac, ma anche di applicare tutte le correzioni relativistiche. Anche di questo non possiamo parlare. La sincronizzazione degli orologi sui satelliti è compito di una "Master Control Station," che invia a ciascun satellite le correzioni per la sincronizzazione, come pure gli elementi orbitali precisi, calcolati sulla base di osservazioni fatte da una rete di stazioni a terra.

[(4)] *Tempo Universale Coordinato* (ingl. UTC, *Universal Time Coordinate*). Detto molto in breve: differisce dal TAI per aggiustamenti di un secondo, fatti di solito alla fine dell'anno, per tenerlo meglio in passo con la rotazione terrestre. È il tempo distribuito dai segnali orari e in uso in tutte le applicazioni civili, con in più le variazioni per fuso orario e per la cosiddetta "ora legale."

e) *L'effetto Sagnac*

La storia dell'effetto Sagnac è abbastanza complicata, e si svolge intorno ai primi 20 anni del secolo scorso. A parte lavori teorici prima e dopo, e altri esperimenti più o meno concludenti, si ritiene che la prima prova sperimentale sia stata data appunto da Sagnac nel 1913. Come si vede già dal titolo dell'articolo originale [3], per Sagnac quell'esperimento era la prova che esiste un etere immobile (non trascinato dalla Terra). Ma già due anni prima M. von Laue, pur auspicando che l'esperimento venisse fatto, aveva dimostrato che non avrebbe potuto distinguere tra una teoria con etere immobile e la relatività di Einstein: avrebbe solo potuto decidere (se eseguito con un apparato fisso al suolo) sul trascinamento dell'etere da parte della Terra.

Il motivo per introdurre l'effetto Sagnac tra gli esempi è che si tratta di un esempio "al contrario": di una difficoltà che insorge quando si tenta di sincronizzare tra loro orologi che sono fermi in un rif. non inerziale; nel nostro caso, fermi sulla superficie terrestre. Non si tratta di un interesse solo teorico, dato che la definizione di una scala di tempo di precisione sull'intero pianeta deve tener conto di questo effetto, che — come vedremo — su scala planetaria ammonta a un'apprezzabile frazione di μs.

Dato che la discussione dell'effetto Sagnac si appoggia su considerazioni che farò nel seguito, e riguarda un punto collaterale rispetto al tema centrale di questo scritto, la rimando a un'appendice alla fine dell'articolo.

È opinione di chi scrive che nell'insegnamento secondario della fisica dovrebbe trovare posto almeno una minima informazione su tutto questo complesso insieme di situazioni, in cui si fa uso di orologi di precisione che debbono essere sincronizzati. Quanto meno, si dovrebbe toccare la questione di come si fa a sapere, fra due orologi, quale sia quello che "va meglio"; e poi in che consiste il problema generale della sincronizzazione di orologi distanti.

Nascita del problema

La questione della convenzionalità è stata discussa moltissime volte e viene ancora discussa. Non presenterò riferimenti precisi, un po' perché sarebbero troppi, e molto perché li conosco pochissimo e tutto sommato mi sembrano irrilevanti per il mio scopo, al di là della formulazione di base del problema. Un lungo articolo di rassegna, non recentissimo ma abbastanza completo, è [4]. Alla questione, con taglio più filosofico, è dedicato l'ultimo libro di M. Jammer [5].

Come ho già detto, il riconoscimento di un qualche carattere convenzionale nella sincronizzazione fra orologi situati in punti diversi risale alla nascita della relatività: lo stesso Einstein ne tratta in più occasioni. Occorre però chiarire subito che qui non si sta parlando di ciò che succede quando si passa da un rif. inerziale (RI) a un altro: in tutto questo articolo lavoreremo sempre in un unico e dato RI (con l'eccezione già anticipata dell'effetto Sagnac).

La prima discussione del problema si trova, com'è noto, in [6], parte I, §1, e contiene la definizione di quella che è generalmente nota come *sincronizzazione alla Einstein*, o *sincronizzazione standard* (SS). Un'esposizione che a me pare più soddisfacente in senso logico, e anche più chiara, la possiamo leggere in un articolo meno noto, pubblicato da Einstein due anni dopo [7]. Le differenze hanno stretta relazione col ruolo e col significato del "secondo postulato."

La critica che i convenzionalisti fanno alla SS è che essa assume l'invarianza della velocità "one-way" della luce, mentre questa è verificabile sperimentalmente solo se già si possiedono orologi sincronizzati posti in punti diversi di un dato rif. Secondo i convenzionalisti si deve riconoscere che la sincronizzazione fra orologi situati in punti diversi non ha significato fisico, ma si può solo stabilire come *convenzione*. Ne segue che è altrettanto privo di significato fisico tutto ciò che dipende da una qualsiasi sincronizzazione, quella standard inclusa.

Discussione della sincronizzazione a distanza

Userò le seguenti notazioni:

- le maiuscole da A a H indicano eventi
- K (eventualmente con indici vari) indica rif.
- le maiuscole da M a Z indicano punti dello spazio (e anche orologi).

Occorre prima di tutto aver fissato un rif. K, inteso come insieme *rigido* di corpi (regoli, strumenti di misura). La rigidità dell'insieme può venir stabilita in due modi, il primo dei quali però è praticabile solo entro un ambito di distanze limitato:

- si misurano le distanze tra punti distinti del rif. a tempi diversi, usando dei regoli, e ci si assicura che tali distanze restino costanti
- si fa uso di segnali e.m., secondo una procedura (*metodo radar*) che occorre dettagliare.

Il metodo radar

Siano P, Q due punti di K dove si trovano due orologi. Inviamo da P verso Q una successione di segnali, emessi ai tempi t_{e1}, t_{e2}, ... (dell'orologio P). Appena ricevuti in Q, i segnali vengono rimandati a P, dove vengono ricevuti ai tempi t_{r1}, t_{r2}, ... Dirò che P e Q sono in *quiete relativa* se

$$t_{\mathrm{r1}} - t_{\mathrm{e1}} = t_{\mathrm{r2}} - t_{\mathrm{e2}} = \cdots \tag{1}$$

Nota: Occorre notare tre cose:

a) il metodo radar usa solo intervalli di tempo misurati su *uno stesso* orologio

b) per ciascun orologio si richiede solo che mantenga *marcia costante*: cosa tutt'altro che banale da verificare, ma che esula dal mio scopo attuale

c) per la velocità della luce, occorre assumere solo che questa (misurata in andata e ritorno) resti *costante nel tempo.*

Il rif. K è *rigido* se tutti i suoi punti risultano a distanza costante tra loro (se misurata secondo il primo metodo) o se sono in quiete relativa (secondo il metodo radar). (5) Tra i rif. rigidi si distinguono quelli *inerziali*, sulla cui definizione dobbiamo soffermarci.

Riferimenti inerziali

Si usa di solito definire inerziale un rif. in cui vale il principio d'inerzia (PI): (6)

un corpo non soggetto a forze si muove di moto rettilineo uniforme

Nota: La frequente distinzione "rimane in quiete o si muove ecc." è inutile, visto che la quiete è un moto rettilineo uniforme con velocità nulla.

La difficoltà di questo enunciato è che per verificare che un moto è uniforme occorrono orologi sincronizzati; quindi non possiamo usarlo finché non sappiamo come eseguire la sincronizzazione. Però per caratterizzare un RI basta richiedere che il moto sia rettilineo *per ogni corpo* non soggetto a forze, senza parlare della velocità.

Si usa anche dire che il PI può essere usato, attraverso la clausola che il moto deve essere uniforme, per definire una corretta scala di tempo nell'intero rif. Sebbene ciò sia vero in linea di principio, non è facile costruire una procedura operativa basata su quest'idea. È il motivo per cui si preferisce usare per la sincronizzazione i segnali e.m., del resto già usati per stabilire la rigidità del rif. In tal modo però il moto uniforme di qualsiasi corpo risulta essere una legge a parte.

Riassumendo, lo schema logico è il seguente:

1) Si definisce un rif. rigido mediante segnali radar.
2) Si verifica se il rif. è inerziale, usando il moto *rettilineo* di tutti i corpi non soggetti a forze.
3) Si costruisce una scala dei tempi, ossia un complesso di orologi sincronizzati, per mezzo di segnali e.m. (come vedremo subito).
4) Si enuncia la *legge d'inerzia*: in un RI il moto dei corpi non soggetti a forze, oltre che rettilineo, è anche uniforme.

---

(5) Si noti che questa definizione di quiete relativa e di rigidità non esclude che K sia in rotazione.

(6) Per non allungare troppo il nostro discorso, lasciamo da parte la questione di come si possa stabilire che un corpo non è soggetto a forze. La cosa è discussa in [8], pag. 43.

Regolazione degli orologi

Una volta dotato il rif. K di orologi (idealmente uno in ogni punto) occorre verificare che essi concordino quanto alla marcia: che nessuno avanzi o ritardi rispetto agli altri (per il momento i vari orologi sono stati regolati in modo del tutto indipendente). Siano t_{m1}, t_{m2}, ... i tempi di ricezione registrati da Q: si deve controllare se sono soddisfatte le relazioni

$$t_{\mathrm{m1}} - t_{\mathrm{e1}} = t_{\mathrm{m2}} - t_{\mathrm{e2}} = \cdots \tag{2}$$

(si noti che le

$$t_{\mathrm{r1}} - t_{\mathrm{m1}} = t_{\mathrm{r2}} - t_{\mathrm{m2}} = \cdots \tag{3}$$

seguono da (1) e (2)).

Se si trovasse uno scostamento dalle (2), lo si potrebbe attribuire a due diverse cause:

1) i due orologi non hanno la stessa marcia
2) la velocità "one-way" cambia nel corso dell'esperimento.

Sarebbe però assai difficile (anzi impossibile) giustificare i risultati delle misure, specie quelli che implicano più orologi, con la sola ipotesi 2). Inoltre, se la marcia ("rate") degli orologi può essere regolata, si può tentare di annullare lo scostamento. Assumerò come *fatto sperimentale* che tale annullamento sia effettivamente possibile, escludendo quindi l'ipotesi 2).

Non sincronizzazione di orologi distinti

In generale non saranno soddisfatte le seguenti uguaglianze:

$$t_{\mathrm{r1}} - t_{\mathrm{m1}} = t_{\mathrm{m1}} - t_{\mathrm{e1}} \qquad t_{\mathrm{r2}} - t_{\mathrm{m2}} = t_{\mathrm{m2}} - t_{\mathrm{e2}} \qquad \cdots \tag{4}$$

anche se da (2) e (3) segue necessariamente che le differenze

$$\begin{gathered}(t_{\mathrm{r1}} - t_{\mathrm{m1}}) - (t_{\mathrm{m1}} - t_{\mathrm{e1}})\\ (t_{\mathrm{r2}} - t_{\mathrm{m2}}) - (t_{\mathrm{m2}} - t_{\mathrm{e2}})\\ \cdots\end{gathered} \tag{5}$$

sono tutte uguali per una data coppia di orologi. In questo consiste la residua non-sincronizzazione tra orologi in luoghi diversi, che per un convenzionalista che definirei "radicale" è ineliminabile, nel senso che tentare di eliminarla sarebbe privo di contenuto fisico.

Quanto detto fin qui, sebbene esposto in modo del tutto autonomo, non si differenzia dalla presentazione di Einstein in [6], salvo per un aspetto importante su cui tornerò fra breve. Per ora mi limito a far notare che fino a questo punto, sebbene per il confronto degli orologi siano stati usati segnali e.m., non è stata fatta alcuna ipotesi sulla velocità di propagazione di questi (a parte la sua costanza nel tempo). Del resto non sarebbe stato possibile: per definire la velocità di qualsiasi oggetto in moto — che sia una particella o un'onda — è necessario confrontare i tempi ai quali l'oggetto transita per due punti a distanza nota. Ma se gli orologi nei due punti sono stati regolati in modo indipendente (assicurandosi solo che la loro marcia sia la stessa) la differenza dei tempi da essi segnati non ha alcun significato intrinseco.

Einstein esprime lo stesso concetto con queste parole:

L'insieme di queste indicazioni orarie non ci fornisce però ancora nessun "tempo" come ci serve ai fini fisici. Ci occorre ancora una prescrizione in base alla quale gli orologi andranno regolati l'uno rispetto all'altro.

Assumiamo ora che gli orologi possano essere regolati in modo che la velocità di propagazione di ogni raggio di luce nel vuoto — se misurata con questi orologi — sia ovunque uguale a una costante universale c, purché il sistema di coordinate non sia accelerato. (7)

[...]

L'insieme delle indicazioni di tutti gli orologi regolati secondo quanto precede, che si possono pensare disposti nei singoli punti in quiete rispetto a un dato sistema di coordinate, lo chiameremo il tempo appartenente al sistema di coordinate considerato, o brevemente il tempo di questo sistema.

Qui le parole sono importanti. Einstein scrive "assumiamo (*annehmen*) che possano": non si tratta quindi di una pura convenzione. Discutiamo meglio questo punto.

Contenuto fisico della sincronizzazione alla Einstein

Contro l'opinione dei convenzionalisti radicali, occorre rimarcare che *la possibilità* di una SS *ha contenuto fisico*: vediamo perché.

La SS consiste nel modificare lo "zero" dei vari orologi in modo da annullare le differenze (5). Una volta che ciò sia stato fatto, poniamo tra P e Q, avremo che i tempi di andata e ritorno dei segnali sono uguali, ossia che sono uguali le rispettive velocità.

Nota: Si vede che per costruzione questa sincronizzazione è una relazione *riflessiva* e *simmetrica.*

Eseguiamo la stessa operazione fra P e R. Ora tanto Q che R sono sincronizzati con P, e non c'è più nessun grado di libertà residuo: abbiamo fissato tanto

(7) Einstein usa sempre "sistema di coordinate" dove in questo articolo abbiamo preferito dire "sistema di riferimento" (rif.). Per una discussione più approfondita della differenza tra SC e rif. rimando a [8], Lez. 3.

la marcia degli orologi, quanto i loro zeri. Ha dunque pieno senso fisico chiedersi: ciò fatto, come troveremo i due orologi Q, R? Saranno o no sincronizzati? [8]

Nota: Se la risposta è affermativa per ogni terna di orologi, la relazione è anche *transitiva*, quindi è una *relazione di equivalenza.* È questo che permette di asserire che la procedura di sincronizzazione tra coppie di orologi (ma basta sincronizzare ogni orologio con un "master") definisce una *scala di tempo*, ossia una *coordinata temporale*, su tutto il rif. Il "tempo del riferimento," dice Einstein.

La differenza cui accennavo sopra, rispetto alla discussione di Einstein, sta nel fatto che qui si richiede la transitività della SS, mentre Einstein la presenta, come abbiamo visto, come una proprietà della propagazione della luce. Qui entra la critica convenzionalista: se la scelta di una sincronizzazione o di un'altra è convenzionale, parlare di velocità della luce ("one-way") non può avere significato fisico. La mia risposta è che la *possibilità* di una SS coerente, ossia transitiva, *ha significato fisico*: o la SS è transitiva o non lo è, non si tratta di una nostra scelta.

La risposta alla domanda fatta può darla solo l'esperienza, e il semplice fatto che la SS sia universalmente assunta nella RR e confermata da tutti gli esperimenti, anche di altissima precisione (e anche indipendenti dalla relatività) fornisce già la risposta:

l'esperienza mostra che la SS *è transitiva,*
quindi è una buona scala di tempo per un intero RI.

Ciò non significa che sia l'unica sincronizzazione logicamente ed empiricamente possibile: è questo il solo contenuto inconfutabile della tesi convenzionalista. Tuttavia il vantaggio che tale scelta presenta da tutti punti di vista, teorici e pratici, rende del tutto giustificata la sua adozione generale. Né si vedono motivi per discostarsene, salvo per discutere più a fondo il problema della causalità; cosa che non faremo qui.

Un'obiezione basata sull'isotropia dello spazio

Esprimerò l'obiezione con parole non mie. Non posso citare l'autore perché non lo conosco, ma sospetto che così espressa l'obiezione troverebbe diversi sostenitori. È per questo che vale la pena discuterla:

Non è vero che per misurare la velocità della luce sia necessario usare due orologi sincronizzati. Nota la distanza tra due punti, e supposto lo spazio isotropo, è sufficiente l'uso di un solo orologio che misuri la durata del viaggio di andata e ritorno di un lampo di luce di durata idealmente nulla.

Cominciamo col precisare che cosa s'intende parlando di "spazio isotropo." Credo che sia un altro modo per asserire l'*invarianza per rotazioni* di tutte le

[8] Un argomento simile si trova in [9] (pag. 210).

leggi fisiche; in altre parole, non è possibile distinguere due rif. (in quiete relativa) che differiscono solo per il loro orientamento nello spazio.

Ciò posto, si può sviluppare l'obiezione in questi termini: l'isotropia dello spazio, ossia l'invarianza per rotazioni, ci assicura che la velocità della luce deve essere la stessa in tutte le direzioni; in particolare, che è la stessa nei due percorsi di andata e ritorno. Perciò la misura (con un solo orologio) del tempo di andata e ritorno basta per determinarla.

Che cosa c'è che non va in questo ragionamento? Fondamentalmente una sola cosa: si dà per scontato che abbia senso parlare di velocità della luce (o di qualsiasi altro moto) *senza* oppure *prima di* aver chiarito come la si potrebbe misurare (procedura operativa).

Possiamo anche vedere la questione da un altro lato. È possibile assumere l'isotropia (o qualunque altro principio simile) *prima* di aver discusso il problema del tempo, della sincronizzazione, ecc.? La validità sperimentale dell'isotropia viene assunta per qualsiasi fenomeno fisico, e sta bene. È anche pacifico che il principio viene enunciato — a un certo punto dello sviluppo della fisica — sulla base dei fatti sperimentali noti, e viene assunto valido *fino a prova contraria*; ma tra i fatti noti si dovranno necessariamente includere fenomeni cinematici, in cui qualcosa si muove da un punto a un altro dello spazio. Altrimenti non si vede neppure come si potrebbe pensare a una legge d'isotropia di portata universale. Sembra quindi che ci si stia mettendo in un circolo vizioso...

Mi è stato detto che non è necessario postulare in generale l'isotropia dello spazio: basta l'isotropia della propagazione della luce (di fatto inclusa nel secondo postulato della RR). Osservazione che mi preoccupa assai, perché porta a inserire nel discorso argomenti che ho deciso di lasciare da parte in questo articolo. In primo luogo il significato e lo status logico del secondo postulato; in secondo luogo la più vasta e complessa questione degli assiomi in fisica.

Un assioma del tipo "la velocità della luce nel vuoto è isotropa" presenta un'ovvia difficoltà: l'uso del termine "velocità," per il quale esistono solo due alternative:

a) il termine è già stato definito

b) è un termine primitivo.

Nel primo caso, non vedo altra definizione possibile se non spazio/tempo, e si ricasca nel circolo vizioso, dal momento che ancora non sappiamo come definire il tempo in punti diversi. La seconda scelta non è forse impossibile in linea di principio, anche se obbligherebbe a riscrivere tutta la cinematica.

Una definizione operativa della velocità come concetto indipendente si potrebbe basare su strumenti (tachimetri) che esistono e non fanno uso (almeno non sempre) di misure di spazio e di tempo. Tutti abbiamo familiarità coi tachimetri di auto ecc., e posso dire per esperienza diretta che il tachimetro della mia gloriosa moto di decenni fa funzionava in base alle correnti di Foucault; ma non riesco a immaginare un tachimetro per la luce...

La sincronizzazione per trasporto lento

L'idea riassunta nel titolo sarebbe la seguente. Si possono sincronizzare gli orologi P e Q, dei quali sia stata garantita l'uguaglianza delle marce, senza usare segnali e.m. Si procede così:

a) Un terzo orologio R, che abbia marcia concorde con gli altri due, viene posto vicino a P e si regola il suo zero su quello di P.

b) Si trasporta R vicino a Q, muovendolo con accelerazione e con velocità piccole a piacere.

c) Si regola lo zero di Q su quello di R.

L'assunzione implicita è che il trasporto di R influisca poco quanto si vuole sulla sua marcia, a patto che sia le accelerazioni iniziale e finale, sia la velocità intermedia, siano sufficientemente piccole. Comunque tale assunzione può essere verificata sperimentalmente, ripetendo le operazioni con accelerazioni e velocità progressivamente decrescenti.

Quest'idea (che abbrevierò STL) è stata discussa numerosissime volte e spesso è stata assunta come base per "prove sperimentali" dell'isotropia della velocità "one-way" della luce. Non intendo esaminare tutta questa letteratura, per le ragioni già dette all'inizio della sez. "Nascita del problema." Una discussione piuttosto dettagliata della STL si trova in [4].

La domanda che è naturale porsi è: se si sincronizza preventivamente Q con P secondo la SS, quando R raggiunge Q questi due orologi saranno sincronizzati o no? Risposta: non esiste una prova logica in positivo o in negativo, ma la questione può essere sottoposta a esperimento. A quanto ne so, tutte le prove sperimentali hanno dato risultati in senso affermativo: Q e R *risultano sincronizzati.*

Sarebbe però erroneo concluderne che questa sia una prova sperimentale dell'isotropia della velocità della luce, dato che non ci sono ragioni per ritenere *necessariamente giusta* la STL. Può sembrare incredibile, ma anche su questo tema la discussione è proseguita fino a tempi recenti.

Prima di chiudere su questo punto è necessario discutere una probabile obiezione: come si può affermare che non esista una prova logica sulla relazione tra SS e STL? È ben noto che in relatività ristretta (RR) viene assunta la SS (insieme ad altre ipotesi) e si dimostra che il tempo trascorso tra partenza e arrivo di R e segnato da R stesso, differisce all'ordine v^2/c^2 da quello indicato dagli orologi P e Q. Dato che per una distanza fissata il detto tempo va come $1/v$, la differenza rimane di primo ordine in v e quindi può essere resa piccola a piacere scegliendo un moto di R sufficientemente lento. Dunque la STL *segue* dalla SS.

A questo argomento si possono muovere due critiche. La prima è che il risultato (validità della STL) non segue *solo* dalla SS, ma da tutte le ipotesi (postulati) che si pongono a base della RR. La seconda è che comunque non è dimostrata l'implicazione inversa: che assunta la STL ne segue la SS.

Conclusione

Abbiamo esaminato il problema della sincronizzazione tra orologi distanti. Ne abbiamo considerato diversi aspetti pratici, dai primi tentativi fino alle modalità consentite dalla tecnica attuale. Abbiamo descritto la tesi convenzionalista, per concludere che sebbene logicamente ammissibile, tale tesi può essere superata dai dati di osservazione. Non nel senso che si possa negare in partenza il carattere convenzionale di qualsiasi sincronizzazione — inclusa quella alla Einstein — ma in quello più concreto che ci sono dati di fatto che giustificano un ruolo privilegiato della SS.

In questa discussione ha una parte importante l'effetto Sagnac; esso mostra infatti che la SS è *impossibile* come relazione *transitiva* tra diversi orologi fermi in un rif. *rotante*, come la Terra. Ciò dimostra il contenuto fisico della detta sincronizzazione, proprio perché l'effetto Sagnac fornisce un *controesempio*: non è in nostra scelta se la SS funziona o no in un dato rif. L'esperienza mostra che la risposta è affermativa nei rif. inerziali; non lo è nei rif. rotanti.

Una breve considerazione didattica. Ho già osservato all'inizio che tutto ciò che concerne il tempo viene trattato in modo troppo sbrigativo e superficiale nella tradizione dell'insegnamento secondario della fisica. (9) Ritengo che almeno una minima esposizione al quadro dei problemi che ho qui discusso sia possibile e anche necessaria. È necessario sottrarre il problema del tempo a trattazioni esclusivamente filosofiche, troppo spesso a carattere puramente speculativo, senza agganci con la realtà degli strumenti, degli esperimenti, delle misure. All'opposto però non ci si può accontentare di slogan come "il tempo è ciò che misurano gli orologi," se non altro perché ci si espone all'inevitabile domanda: "che cos'è un orologio?" Sperabilmente la risposta non sarà "è uno strumento che misura il tempo"...

La questione su che cosa sia un buon orologio non andrebbe elusa, anche se qui è stata tralasciata. Un buon punto di partenza potrebbe essere la storiella di Zanzibar ([8], pag. 13). Dovrebbe seguire un discorso sul lungo lavoro teorico e soprattutto sperimentale compiuto *dai fisici* per realizzare orologi sempre migliori e per dare significato *sperimentale*, non filosofico, alle conclusioni raggiunte.

(9) Nelle Indicazioni Nazionali per i Licei Scientifici il concetto fisico di tempo compare solo al quinto anno, in relazione alla relatività. Sembra si dia per scontato che un concetto newtoniano di tempo sia acquisito dagli studenti in precedenza, ma sarebbe stato opportuno richiederlo in modo esplicito.

Appendice 1: l'effetto Sagnac – teoria

Qui ne darò un'esposizione del tutto non relativistica (corretta al primo ordine in v/c) che ha il solo scopo di mostrare un aspetto della sincronizzazione tra orologi fermi in un rif. rotante.

Semplificherò e idealizzerò al massimo la situazione sperimentale, al fine di non appesantire il ragionamento con aspetti importanti per un esperimento reale ma per noi inessenziali, come per es. la presenza dell'atmosfera, l'esatta posizione degli orologi, ecc. Supponiamo dunque di avere un insieme di orologi $\mathrm{O}_0, \ldots, \mathrm{O}_{n-1}$, disposti equidistanti lungo l'equatore terrestre, andando da ovest verso est. Mi converrà anche definire un ultimo orologio O_n, coincidente con O_0.

L'equatore è lungo $2\pi R$, quindi la distanza fra due orologi consecutivi è $d = 2\pi R/n$.[10] Trascuro la contrazione di Lorentz, il che è lecito dal momento che con la velocità che hanno i punti dell'equatore rispetto un RI solidale col centro della Terra ma orientato "con le stelle fisse" (lo chiamerò K_0) risulta $\gamma - 1 \simeq 10^{-12}$.

Procediamo a sincronizzare "alla Einstein" questi orologi: O_1 con O_0, O_2 con O_1, ecc., fino a O_{n-1}. Ciò vuol dire che come primo passo mandiamo un segnale da O_0 a O_1: detti al solito t_e, t_r i tempi di partenza e ritorno registrati da O_0, regoliamo O_1 in modo che all'arrivo del segnale indichi il tempo $t_\mathrm{m} = (t_\mathrm{e} + t_\mathrm{r})/2$.

Non è male chiarire il significato di questa operazione, che potrebbe essere criticata: "non è lecito procedere così, visto che siamo in un rif. rotante." La risposta è che per quanto riguarda O_0 e O_1, è lecito assumere che esista un RI in cui sono entrambi fermi: chiamiamolo K_t (per "rif. tangente");[11] quindi la SS è ammessa.

Andiamo avanti con le sincronizzazioni fino a O_{n-1}. Arrivati a questo punto, potremmo provare a sincronizzare O_n con O_{n-1}; solo che non possiamo alterare lo zero di $\mathrm{O}_n = \mathrm{O}_0$, e dovremmo contare sulla transitività della SS per non trovare un'incoerenza nella procedura globale. Ma *così non è*: troviamo invece uno scostamento pari a $2\pi R\, v/c^2$.

Possiamo dimostrarlo in due modi, ragionando in K_0. In primo luogo, è facile vedere che per i tempi misurati in K_0 fra gli eventi E_e, E_m, E_r si ha (al primo ordine)

$$t^0_\mathrm{m} - t^0_\mathrm{e} = \frac{d}{c}\left(1 + \frac{v}{c}\right) \qquad t^0_\mathrm{r} - t^0_\mathrm{m} = \frac{d}{c}\left(1 - \frac{v}{c}\right).$$

---

[10] Supporrò che il numero di orologi sia così grande, e quindi d così piccola, da poter confondere corda e arco.

[11] Ciò equivale a trascurare la differenza tra le velocità vettoriali in K_0 di due orologi consecutivi. È facile vedere che si tratta della stessa approssimazione descritta nella nota 10.

Non è dunque vero che in questo rif. sia $t^0_{\rm m} = (t^0_{\rm e} + t^0_{\rm r})/2$; invece

$$t^0_{\rm m} = \tfrac{1}{2}\bigl(t^0_{\rm e} + t^0_{\rm r}\bigr) + \frac{d\,v}{c^2}.$$

Sommando questi scostamenti su tutte le n coppie di orologi, ossia moltiplicando per n, si trova proprio lo scostamento indicato sopra.

Oppure, in modo ancora più semplice, basta considerare un segnale che si propaga lungo l'equatore, nel verso da ovest a est, facendo un giro completo. Il tempo Δt impiegato [12] non sarà $2\pi R/c$, ma maggiore, perché in questo tempo anche O_0 si è spostato di $v\,\Delta t$. Sarà dunque (al primo ordine)

$$c\,\Delta t = 2\pi R + v\,\Delta t \quad\Rightarrow\quad \Delta t = \frac{2\pi R}{c-v} \simeq \frac{2\pi R}{c} + \frac{2\pi R\,v}{c^2}.$$

Si noti che non abbiamo modo di misurare realmente questi tempi in K_0; tuttavia possiamo inviare un secondo segnale in verso opposto, e confrontare i tempi di arrivo in O_0. È ovvio che il secondo segnale avrà uno scostamento di segno contrario (il secondo segnale precede il primo) per cui la differenza dei tempi di arrivo sarà $\delta t = 4\pi R\,v/c^2$. Possiamo dare a questo risultato una forma diversa, osservando che $v = \omega\,R$ (ω velocità angolare della Terra):

$$\delta t = \frac{4\,A\,\omega}{c^2} \tag{6}$$

dove $A = \pi R^2$ è l'area del cerchio massimo equatoriale. La (6) è l'espressione correntemente usata per l'entità dell'effetto Sagnac. Numericamente, si trova $\delta t \simeq 0.4\,\mu$s. [13]

Appendice 2: l'esperimento di Sagnac

La (6) è l'espressione preferibile, anche perché resta valida in condizioni più generali di quelle in cui l'abbiamo ricavata. Sia γ un cammino chiuso qualsiasi, solidale alla Terra rotante: se si mandano lungo γ due segnali e.m. in versi opposti, quando essi tornano al punto di partenza presentano uno scarto nei tempi di arrivo ancora dato dalla (6), a patto d'interpretare A come l'area racchiusa dalla proiezione di γ sul piano equatoriale.

In particolare la (6) può essere usata per discutere il risultato dell'esperimento di Sagnac [3], che non faceva uso di un apparato fermo a terra, ma rotante;

[12] Ragioniamo in K_0 e confrontiamo i tempi di due eventi che avvengono in O_0. Come già detto, la dilatazione è inapprezzabile.

[13] Può sembrare una differenza assai piccola, ma bisogna tener conto che la rete di orologi atomici su cui si basa oggi la definizione pratica del tempo raggiunge una precisione anche migliore di 1 ns.

e non si basava sul confronto tra orologi, ma sull'interferenza di onde luminose che seguivano lo stesso percorso in sensi opposti. Inoltre la velocità angolare della piattaforma rotante era per 5 ordini di grandezza maggiore di quella della Terra; possiamo quindi dimenticare la rotazione di questa. Va solo tenuto presente che ora A è l'area proiettata su un piano perpendicolare alla velocità angolare. Dato che l'apparato era montato su una piattaforma orizzontale, e l'asse di rotazione era verticale, A è l'area effettivamente racchiusa da γ.

In un esperimento d'interferenza quello che si osserva è lo spostamento delle frange; Sagnac lo misura come rapporto alla distanza tra due frange. Inoltre l'esperimento misura lo spostamento delle frange quando viene invertita la rotazione dell'apparato. Tutto ciò equivale a definire $z = 2\,\delta t/T$, dove $T = \lambda/c$ è il periodo delle onde usate. Quindi

$$z = \frac{2\,c\,\delta t}{\lambda} = \frac{8\,A\,\omega}{c\,\lambda}.$$

I dati di Sagnac sono:

$$A = 0.0866\,\mathrm{m}^2, \qquad \lambda = 436\,\mathrm{nm}, \qquad \omega = 12.6\,\mathrm{rad/s}$$

da cui $z = 0.073$, in buon accordo col risultato delle misure. (14)

Passando dal 1913 ai tempi moderni, l'immenso progresso (laser, elettronica a stato solido) ha trasformato l'effetto Sagnac da fenomeno di laboratorio in strumento capace di sostituire bussole e giroscopi meccanici nella navigazione, aerea e anche spaziale. Da forse 30 anni aerei militari e civili usano giroscopi laser basati su quel principio; anche la "navigazione inerziale" ne fa uso per i sensori di direzione. (15)

Bibliografia

[1] I. Newton: *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*, 3rd ed., (London 1726), 6.

[2] E. Mach: *La meccanica nel suo sviluppo* ... (trad. ital. 1977), 240 e seguenti.

[3] G. Sagnac: "Sur la preuve de la réalité de l'éther lumineux par l'expérience de l'interférographe tournant," *Comptes Rendus* **157** (1913), 1410.

[4] R. Anderson *et al.*: *Phys. Rep.* **295** (1998), 93.

(14) Sagnac fornisce pochi dati e nessuna stima di errori. Azzardo uno scarto relativo (oss. – calc.)/calc. attorno al 3%.

(15) La sonda Schiaparelli, caduta su Marte il 19 ottobre 2016, aveva giroscopi laser, che funzionarono correttamente. Purtroppo un insieme di circostanze, da un'apertura irregolare del paracadute al software di controllo che non era stato progettato per fronteggiare tale anomalia, causarono il disastro. Si veda la relazione pubblica della commissione d'indagine [10].

[5] M. Jammer: *Concepts of Simultaneity: From Antiquity to Einstein and Beyond*, (Johns Hopkins U.P., 2006).

[6] A. Einstein: *Ann. der Physik* **17** (1905), 891.

[7] A. Einstein: *Jahrbuch d. Radioakivität* **4** (1907), 411.

[8] E. Fabri: "Insegnare relatività nel XXI secolo"; *Quaderno 16*, *LFnS* **38** (2005), suppl. al n. 1.

[9] S. Bergia, M. Valleriani: *Giornale di Fisica*, **39** (1998), 199.

[10] `http://exploration.esa.int/mars/59176-exomars-2016-schiaparelli-anomaly-inquiry/`